

Jármai Károly, Vassart Olivier, Zhao Bin

Membrán hatás kompozit szerkezeteknél tűz esetén. 3. rész Egyszerű tervezési módszer

Az első 2 részben a Cardington tesztet mutattuk be és parkolóház tüzeket. Ebben a részben egy egyszerű tervezési módszert mutatunk be a kompozit szerkezetek membrán hatása számítására tűz esetén.

Johansen a folyási (vagy gyakran törési; „yield”) vonal analízisén való úttörő munkáját^[1] követően a kutatók megfigyelték a membrán-erők beton-födémek teherviselő képességére gyakorolt előnyös hatását a csak hajlítási viselkedés alapján tett becslésekhez képest^[2].

Egy sor kísérleti és elméleti vizsgálatot végeztek el a szobahőmérsékleten ébredő síkbeli feszültségek előnyös hatásainak vizsgálatára, amely a viselkedés elméleti hátterének alapos megértéséhez vezetett. A Cardingtonban végzett kísérleti munkát követően az elméletet kiterjesztették tűz esetére is, az alábbiak szerint.

A Cardingtonban végzett kísérleti munka és más épületekben bekövetkezett valós tüzesetek alapján szervezett bizonyítékok rávilágítottak arra, hogy a vasbeton szerkezetek szilárdságában jelentős tartalékok vannak, azaz a szerkezetek tűz alatti viselkedése jelentősen jobb, mint a különálló szerkezeti elemeken végzett szabványos tűztesztek által becsült értékek. A Cardington-tesztek bebizonyították, hogy a vasbeton födémeket megtámasztó vasbeton gerendák védtelenül hagyhatóak; így megkezdődött munka, hogy megalkossanak egy megfelelő tervezési modellt, amely lehetővé tenné a mérnökök számára a védtelen acélgerendákkal alátámasztott födém tűzvédelmi tervezésének megindoklását.

A Building Research Establishment (BRE) kutatói a Steel Construction Institute anyagi támogatásával közösen kifejlesztettek egy, a vasbeton födémekre vonatkozó egyszerű tervezési eljárást a Cardingtonban elvégzett kísérleti munka alapján^[3,4]. A BRE modellt a Cardingtonban végzett nagyméretű tűztesztek és korábbi, szobahőmérsékleten végzett tesztek segítségével validálták. Ezt az eljárást részletesen az 0 fejezetben ismertetjük.

Az egyszerű tervezési módszer különbözik a tervezési előírásokban^[5,6] található egyszerű tervezési eljárásoktól, mivel ez az egyes különálló szerkezeti elemek helyett összeszerelt elemekből álló szerkezet együttes viselkedését veszi figyelembe. Bár technikailag megoldható lenne a nem-lineáris végeselemes módszer használata a tűz során tapasztalható teherviselő képesség meghatározására, de ez egy sokkal drágább megoldás lenne, amely egyben nagyobb gyakorlatot és tudást is igényelne. Az alábbi dokumentumban bemutatott eljárás azonban könnyebben hozzáférhető a tűzvédelmi tervezés terén alapszintű ismeretekkel rendelkező szerkezeti mérnökök számára is.

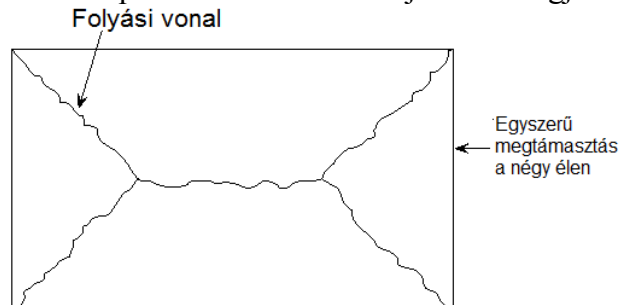
1. Bevezetés a folyási vonal elméletébe és a membrán-hatásba

A Johansen úttörő munkája alapján kidolgozott folyási-vonal elmélet egy határterhelés elmélet, amely az alulmerezített betonfödém feltételezett összeomlási mechanizmusán és képlékenységi tulajdonságain alapul. Az összeomlási mechanizmust a folyási vonal mintázata határozza meg, amelynek mentén az acélmerezítésben folyás következik be, és a födém képlékeny alakváltozásokon megy át. A folyási vonalak által határolt területekről feltételezzük, hogy merevek maradnak, maximum a folyási vonal mentén következik be elfordulás.

Annak érdekében, hogy a folyási vonal elmélete érvényes legyen, a nyírás és nyomás következtében bekövetkező, valamint tapadás megszűnése révén bekövetkező tönkremeneteleket meg kell előzni. A födém nyomaték-görbület válaszában megfelelően kell lennie ahhoz, hogy lehetővé tegye a képlékeny mechanizmus kialakulását. A gyakorlatban ez nem probléma, a tábla mindig alul-erősített, szívós folyást eredményez a vasalásnál inkább,

mint rideg tönkremeneteli módokat, mint például összenyomódási hiba előfordulása a betonnál.

A szabad élek mentén egyszerűen megtámasztott négyzet és téglalap alakú födémek esetén az 1. ábra szerinti törési vonal mintázat kialakulását várhatjuk. A törési vonal alábbi mintázatát tételezzük fel az elkövetkező elméleti részekben is. A valóságban azonban az acélvázás épületek esetében a födém acélgerendákkal támasztjuk alá, amelyek véges merevséggel rendelkeznek két oszlop között. Ezt az 1.6. fejezetben fogjuk tárgyalni.



1. ábra A négy él mentén egyszerűen megtámasztott téglalap alakú födém tipikus folyási vonal mintázata

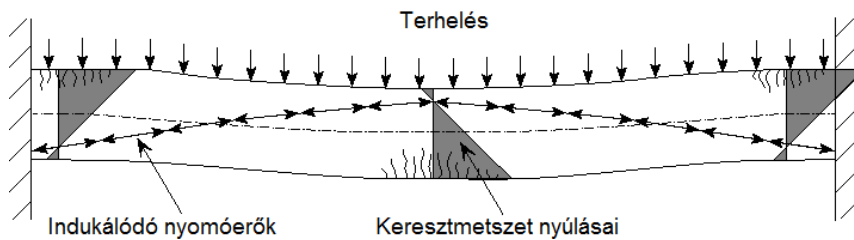
A feltételezett folyási vonal minta alapján egy felső közelítést adó megoldást nyerhetünk. A megoldás az energia elméleten alapul, amelynek során egyenlővé tesszük az alkalmazott külső terhelés által, a merev régiók egységnyi elmozdulása révén végzett munkát a folyási vonalak elfordulása során végzett belső munkával. Bármely tönkremeneteli mechanizmushoz tartozó terhelés nagyobb vagy egyenlő lesz a szerkezet tényleges tönkremeneteli terhelésénél, így egy felső közelítést kapunk.

Azonban a födémekben ébredő membrán-hatás és a folyás után az acélmerevítésben kialakuló felkeményedés révén ez az elméleti, folyási vonal analízise alapján nyert felső közelítést adó megoldás hajlamos alacsonyabb tönkremeneteli terhelést megadni, mint ami a kísérletek során a födémeken ténylegesen megfigyelhető.

A födémekben ébredő membrán-hatás a födém síkbeli peremfeltételei által meghatározott síkbeli erőket gerjeszt. Két szélsőséges eset vizsgálata, a teljes befogás és befogás nélküli állapot az alábbiakban található.

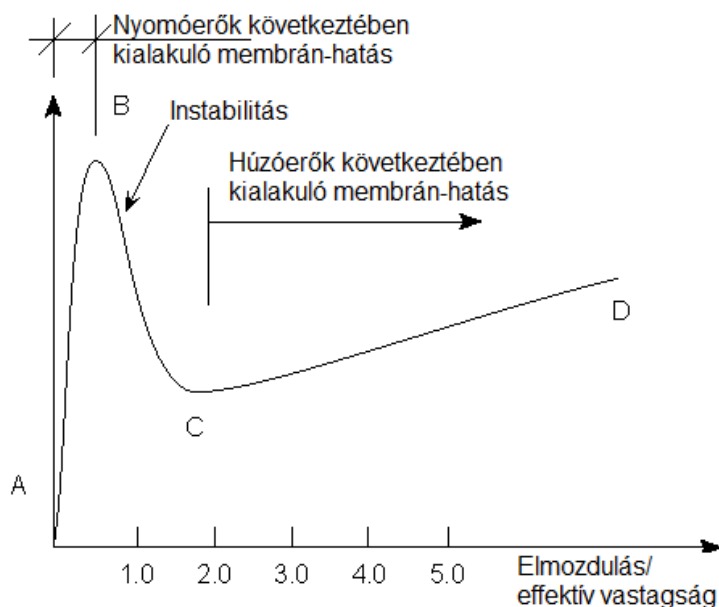
1.1 Födém teljes síkbeli befogással

A födém peremeinek teljes befogásával a kezdetben, a hajlítás következtében kialakuló kisméretű lehajlások egy nyomóerők következtében kialakuló membrán-hatáshoz vezetnek [7,8]. Ezt a mechanizmust szemlélteti a 2. ábra az egy irányban kitámasztott elemre. A támaszköz felénél a födém felső, és a megtámasztásoknál a födém alsó síkja közötti útvonal mentén nyomóerők épülnek ki, amely egy nyomóerőt felvevő ívet hoz létre a födémekben, amely a megnövekedett ellenálló-képességet eredményezi, amint a 3. ábra mutatja. Ez az ív azonban instabillá válik, amint a függőleges elmozdulás nagysága meghaladja a födém vastagságának felét, az ellenálló-képesség gyors csökkenését eredményezve. A födémekben ezután a nagyobb elmozdulásoknál már csak húzóerő következtében alakulhat ki a membrán-hatás.



2. ábra Nyomóerők hatására bekövetkező membrán-hatás

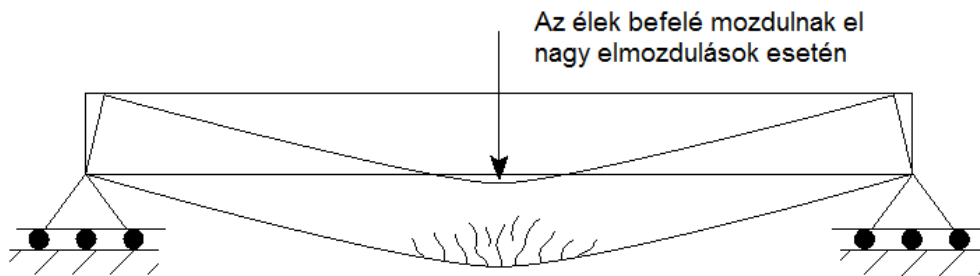
Park^[7] a 3. ábra hasonló diagramon illusztrálta a befogott tartón ébredő nyomóerők hatására bekövetkező membrán-hatás eredményét. A kezdeti, födémvastagság felénél kisebb elmozdulásoknál tapasztalható csúcs a diagramon a nyomóerők hatására bekövetkező membrán-hatás eredménye. Amikor a beton nyomóerők következtében létrejövő tönkremenetele bekövetkezik, egy hirtelen esést tapasztalhatunk a teherviselő képességben, az elmozdulások hirtelen növekedésével párhuzamosan. Ezután a teherviselő képesség fokozatosan növekszik az elmozdulások növekedésével, egészen az acélmerevítés töréséig.



3. ábra Membrán-hatás egy síkbeli peremeknél befogott födémekben^[0]

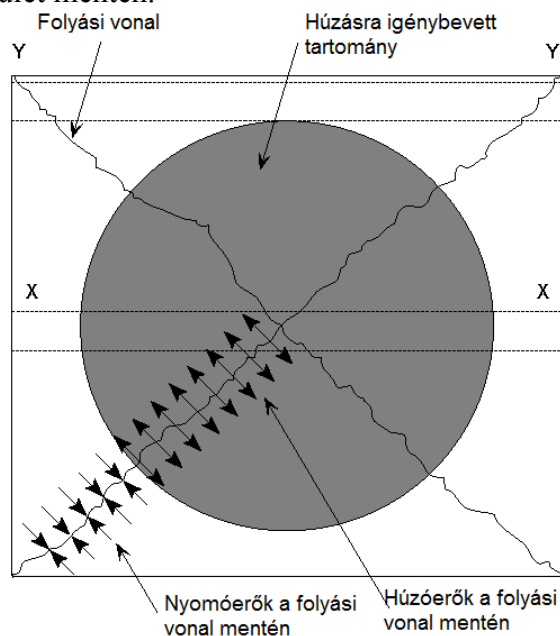
1.2 Födém síkbeli befogás nélkül

A födém viselkedése teljesen eltérő, amennyiben a födém peremreit nem fogjuk be. A membrán-hatás nem alakulhat ki a nyomóerők következtében, és a megfolyás utáni viselkedést a húzóerők hatására bekövetkező membrán-hatás határozza meg. Az egy irányban átívelő elemek esetében a nagy függőleges elmozdulások az elem megrövidülését fogják okozni. Amennyiben ezt a rövidülést megakadályozzuk, akkor húzóerők ébrednek a födémekben. Az egy irányban átívelő elemek esetében, ezen kényszererők a megtámasztásoknál külsőleg lépnek fel. Azonban a két irányban átívelő födém esetén, azaz mind a négy él mentén egyszerűen megtámasztott födém esetén nem szükségesek a vízszintes rögzítések, mivel a födém egy hasonló hatást eredményező síkbeli belső erőrendszert épít ki.



4. ábra Egy irányban megtámasztott szerkezeti elem

Tekintsük a két irányban megtámasztott födém esetét az 5. ábra szerint. Ez a födém függőleges irányban meg van támasztva mind a négy éle mentén, azonban nincsen korlátozva az elmozdulása a vízszintes síkban. Az X-X-el jelölt sáv a födém közepén hasonló megrövidülést mutat, mint az egy irányban megtámasztott elem a 4. ábra. Azonban az Y-Y-al jelölt sáv a födém megtámasztott éle mentén nem ugyanakkora függőleges elmozdulásokkal rendelkezik, így nem mutat majd jelentős rövidülést. A síkbeli erők ennek megfelelően a födém ezen sávjainak határfelületein ébrednek majd az egyensúly fenntartása érdekében, így húzóerőt generálva az olyan sávokban mint X-X, és nyomóerőket az olyan sávokban, mint Y-Y. Mivel ez a viselkedés mindkét irányban megfigyelhető, így az eredmény egy húzott tartomány a födém közepén, amelyet az 5. ábra szürkével jelöltünk, és egy nyomásra igénybe vett gyűrű a kerület mentén.



5. ábra Síkbeli membrán-erők kialakulása

1.3 Folyási vonalak menti membrán-feszültségek hatása

A síkbeli nyomó- és húzóerők kialakulása befolyásolni fogja a födémekben kialakuló folyási vonalak körüli nyomatékokat, a folyási vonal hajlítónyomaték bíró képességének csökkenésével a húzott régióban, és növekedésével a nyomott zónában. A nyomatékbíró képességre gyakorolt ezen hatás mellett a húzóerők következtében kialakuló membrán-hatás révén egy további teherviselő kapacitás is kialakul.

Johansson a folyási vonal analízisén végzett munkáját követően a teljes épület összeomlásig végzett tesztjeit Ockleston^[0] végezte el. Ezek a tesztek rámutattak, hogy a födémek által megtartható terhelés jóval nagyobb, mint amekkora értéket a folyási vonal elmélete

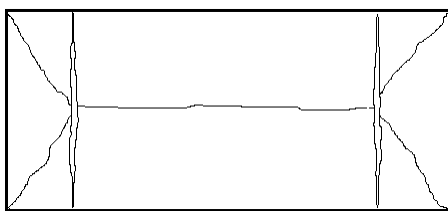
megjósolna. Ez jelentős érdeklődést eredményezett a membrán-hatás kutatási területén, és a rákövetkező években számos kutató vizsgálta meg ezeket a hatásokat mind analitikus, mind kísérleti úton.

A síkbeli befogás nélküli födémeken végzett tesztek során tett megfigyelések szerint a folyási vonalak mintázata nagy elmozdulások esetén sem változik. Azt is kimutatták, hogy az alapvető tönkremeneteli forma a födém rövidebb támaszköze mentén kialakuló nagyméretű repedések, valamint az acélmerevítés eltörése, ahogy azt Wood^[8] is állította.

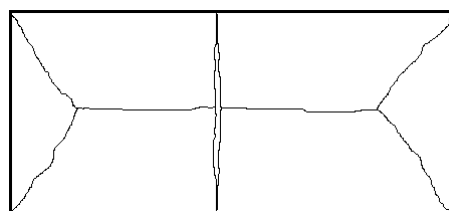
Olyan módszereket, amelyek a membrán-hatást is figyelembe veszik, Wood^[8], Kemp^[9], Taylor^[10], Sawczuk^[11], Hayes^[12] és Bailey és Moore^[13,14] fejlesztettek ki.

Wood az egyszerűen megtámasztott peremmel rendelkező kör alakú, megoszló terhelésnek alávetett födémekre fejlesztett ki egy megoldást. Hasonló megoldást fejlesztett ki a négyzet alakú födémekre Kemp. Kemp módszere egy precíz merev-képlékeny megoldást tartalmazott magában, amelynek során a teherviselő képességet a födém merev régióinak egyensúlyi állapotára tett megfontolások alapján határozta meg. Ez lehetővé teszi a membrán-erők valamint a folyási vonal körüli nyomatók nagyságának meghatározását a födém lehajlásának a függvényében. A szerző emellett megjegyzi, hogy a gyakorlatban az összeomláshoz tartozó terhelés akkor következik be, amikor az acélmerevítés eltörik vagy a beton a külső régiókban összezúzódik, bár modellje nem próbálja pontosan meghatározni ezt a végső pontot a terhelés-lehajlás görbében.

A Sawczuk által alkalmazott megközelítés a rövidebb támaszköz irányában kialakuló repedést is tartalmazta. Sawczuk felismerte, hogy a födém merev háromszög alakú elemei síkbeli nyomatóknak vannak kitéve a membrán-erők folyási vonal menti változásának hatására. A merev tartományok hajlítással szembeni ellenálló-képességének megbecslésével Sawczuk megjósolta a födém középvonala mentén a hajlítási csuklók kialakulását, valamint a rövidebb támaszköz mentén kialakuló törést. Ezt a törést Taylor és Kemp módszere nem engedte meg. Sawczuk energia alapú megközelítése két különböző törésképződést vett figyelembe, ahogy a 6. ábra látható. A következtetés az volt, hogy a kritikus tönkremeneteli módot a rövidebb fesztávolság mentén a folyási vonalak metszéspontjainak helyén kialakuló törések okozták, amint a 6. ábra 0(a) mutatja.



(a) A folyási vonalak metszéspontjánál kialakuló törések



(b) A födém közepén kialakuló törés

6. ábra Sawczuk által azonosított tönkremeneteli módok

Hayes észrevette, hogy Sawczuk a vizsgálata során feltételezte a peremen ébredő erők jelenlétét, holott a valóságban ezen erők nem lehetnek jelen egy befogás nélküli egyszerűen megtámasztott födémnél. Emellett azt is megfigyelte, hogy a teherviselő képesség növekedése nem nyilvánvaló, amennyiben a merev régiók nyomatóki egyensúlyát is figyelembe vesszük. Hayes továbbment, és kifejlesztett egy megoldást az ortotrópikusan erősített téglalap alakú födémekre, amely a Sawczuk megoldása iránt érzett kritikáját fejezte ki, és jó egyetértésben volt Kemp négyzet alakú födémekre kifejlesztett modelljével. Az eljárásban Hayes azt is feltételezte, hogy a rövidebb támaszköz mentén kialakuló törések a folyási vonalak metszéspontjában keletkeznek. Sawczuk megoldásával összehasonlítva a sajátját viszont arra

jutott, hogy a különbségek nem voltak jelentősek. Hayes azt a fontos következtetést is felismerte, hogy a membrán-hatás következtében kialakuló javulás csökken a födém méretarányának vagy az acélmerevítés ortotróp jellegének növekedésével.

Sawczuk azon feltételezése – amelyet Hayes itt átvett – hogy a tönkremenetel során két törés keletkezik a födém rövidebb támaszköze mentén a folyási vonalak metszéspontjánál, ellentmond rengeteg kísérlet során tapasztalt teszteredménynek, többek között Building Research Establishment által 2000-ben^[12] elvégzett tesztnak is. Ennél fogva Bailey és Moore^[13,14] módosította a Hayes megközelítését, és az egyensúlyon alapuló módszerüket a födém közepénél egyetlen törésvonal kialakulására alapozták, amely tönkremeneteli forma gyakran megfigyelhető volt a szoba és magas hőmérsékleten elvégzett tesztek körében is ld. 7. ábra (b). A Bailey és Moore által használt levezetés az 1.2 fejezetben kerül ismertetésre. A módszert eredetileg az izotrópikus acélmerevítésekre dolgozták ki, de később módosításra került annak érdekében, hogy tartalmazza az ortotrópikus acélmerevítés és az acélgerendák lánc-hatásának hatásait is^[14].

2. Öszvérfödémek ellenálló-képességének számítása az egyszerű tervezési módszer alapján

Ez a fejezet ismerteti részletesen az téglalap alakú öszvérfödémek ellenálló-képességének kiszámítására alkalmas egyszerű tervezési módszer kifejlesztését. A módszer kidolgozása több évbe telt. Az eljárás a kezdeti formájában^[13,14] az izotrópikus merevítésekre csak egy tönkremeneteli módot vett figyelembe, mégpedig a rövidebb támaszköz mentén az acélmerevítés eltörését, amint az a 7. ábrán is látható. A későbbi továbbfejlesztések^[14,15] már egy általánosabb megfogalmazást adtak, amely lehetővé tette az ortotrópikus merevítések és a födém sarkaiban a beton nyomás hatására bekövetkező tönkremenetelének figyelembe vételét is (ld. 7. ábra).

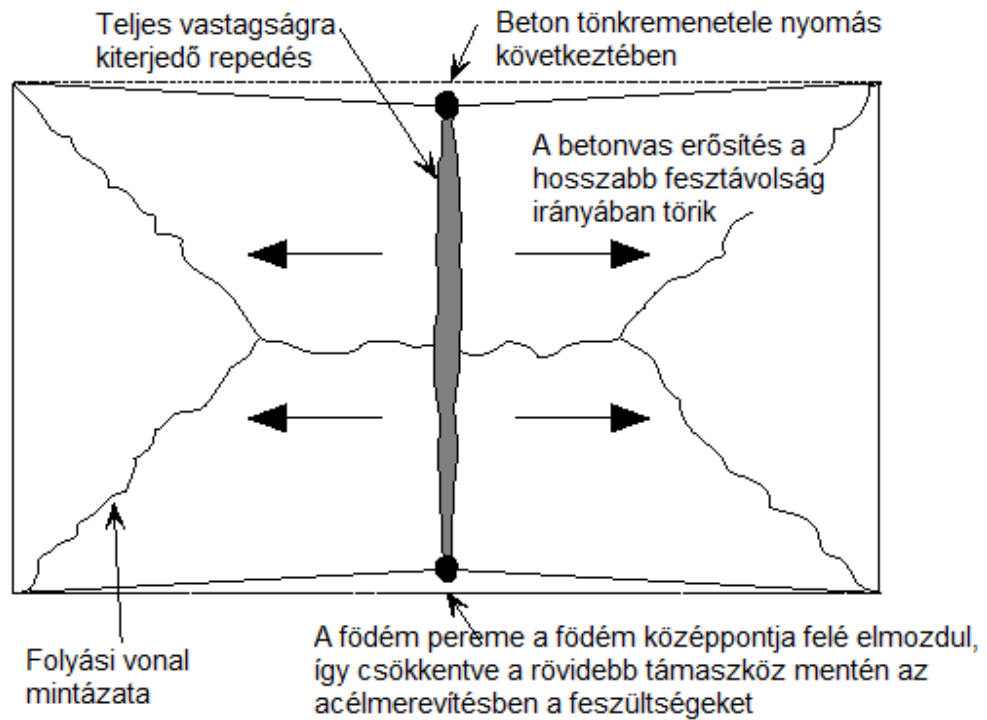
2.1 Ellenálló-képesség számítása

A két irányban megtámasztott szabadon felfekvő – az élein síkbeli vízszintes korlátozások nélküli - födém teherviselő képessége nagyobb, mint a normál folyási vonal elmélet alapján kiszámított érték. Az ellenálló-képességben bekövetkező javulás a nagy elmozdulásoknál húzóerők hatására kialakuló membrán-hatás, valamint a födém külső régióiban a folyási vonal mentén fellépő nyomóerők hatására a folyási vonal körüli nyomaték megnövekedésének eredménye (ld. 8. ábra).

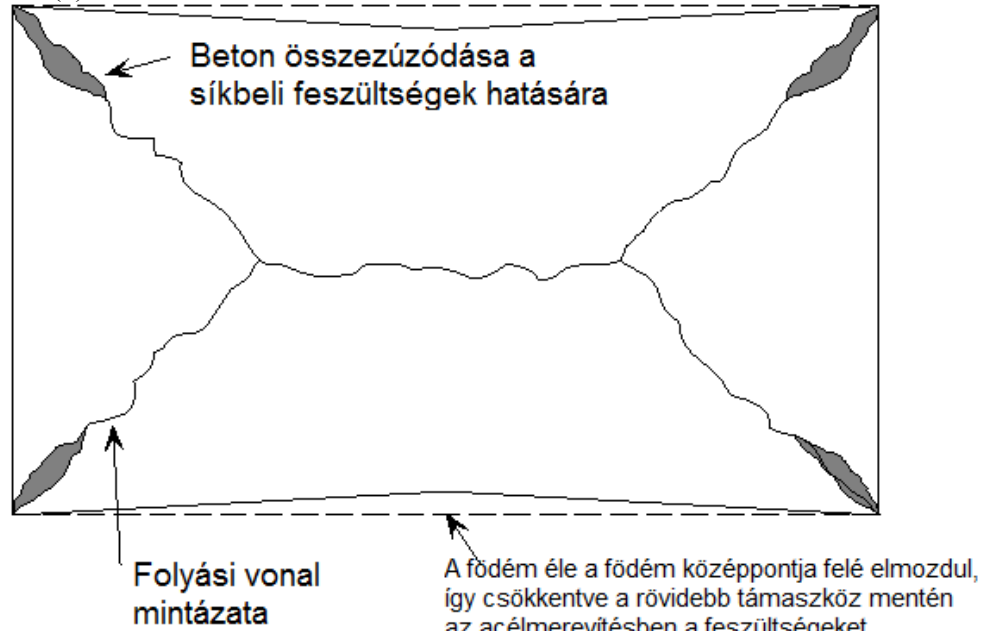
A meghatározott ellenállás növekedése mint alsó korlát szerepel a folyási vonal tönkremenetele kapcsán és azon a feltételezésen alapul, hogy a végső állapotban a folyási vonal mintázata a 7. ábra szerint alakul, és a tönkremenetel a födém közepén a rövidebb támaszköz mentén az acélmerevítés eltörésének következtében jön létre. Egyes esetekben egy másodlagos tönkremeneteli mód is kialakulhat a beton összezúzódása révén födém sarkaiban, ahol nagy síkbeli nyomóerők ébrednek, amint az a 7. ábrán látható. Ez a tönkremeneteli mód részletesen az 1.3 fejezetben lesz tárgyalva.

Az első tönkremeneteli mód akkor következik be, ha a beton nyomószilárdsága magasabb az acélmerevítés szakítószilárdságánál, így ez utóbbi fog eltörni. A második tönkremeneteli mód akkor következik be, amikor az acélháló szakítószilárdsága magasabb a beton nyomószilárdságánál, így a födém sarkaiban annak összezúzódása következik be.

A 8. ábra egy, a négy éle mentén egyszerűen megtámasztott téglalap alakú födémet, valamint az egyenletesen megoszló terhelés hatására kialakuló, várható alsó határt jelentő folyási vonal mintázatot mutatja be. A folyási vonalak metszéspontját n értéke határozza meg, amely az általános folyási vonal elmélet alapján számítható ki, mégpedig úgy, hogy:

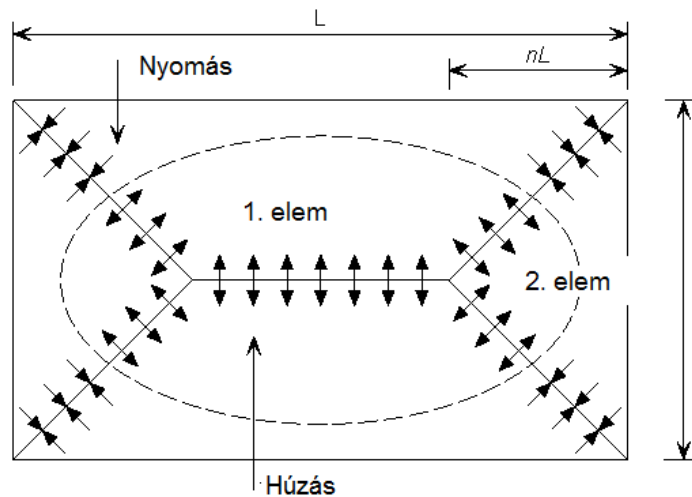


(a) Acélmerevítés húzóerők hatására bekövetkező tönkremenetele



(b) beton nyomás hatására bekövetkező tönkremenetele

7. ábra Vasbeton födém feltételezett tönkremeneteli módjai



8. ábra A húzóerők hatására bekövetkező membrán-hatás síkbeli erőeloszlása a folyási vonal mentén a négy szélén egyszerűen megtámasztott téglalap alakú födémnél

$$n = \frac{1}{2\sqrt{\mu a^2}} (\sqrt{3\mu a^2 + 1} - 1),$$

ahol

a födém méretaránya (L/l)

μ a födém ortogonális irányában a folyási nyomatéki kapacitások aránya (mindig kisebb, vagy egyenlő, mint 1.0)

A rövidebb fesztávot mindig kisebb nyomatéki kapacitás jellemez az ortogonalitási tényezőnél (μ) lévén mindig kisebb, vagy egyenlő, mint egy. Ezért az n értéke a 0.5-ös maximumot veheti fel egy létező folyási mechanizmus esetén.

A folyási vonalak keletkezése révén kialakuló mechanizmus ellenálló-képessége az alábbi egyenlet segítségével adható meg:

$$P = \frac{24\mu M}{l^2} \left[\sqrt{3 + \frac{1}{(a')^2} - \frac{1}{a'}} \right]^{-2}$$

ahol

$$a' = \sqrt{\mu a}$$

Hayes^[12] megfigyelte, hogy merev-képlékeny viselkedést feltételezve csak merevtestszerű elmozdulások és elfordulások jöhetnek létre. További feltételezések voltak, hogy a folyási vonal menti semleges tengelyek egyenesek és a feszültség-blokk tartomány („stress-block”) téglalap alakú, azaz a membrán-erők folyási vonalak menti változása lineáris, ahogy azt a 9. ábra mutatja. Ezeket a feltételezéseket és az ebből származó membrán-erő eloszlást használta fel Bailey^[0,15] is.

2.2 'k' paraméterre vonatkozó kifejezés származtatása

Figyelembe véve az 1. elemre ható síkbeli T_1 , T_2 és C erő egyensúlyát, a következő összefüggés származtatható:

$$S \sin \phi = (C - T_2) \cos \phi$$

és

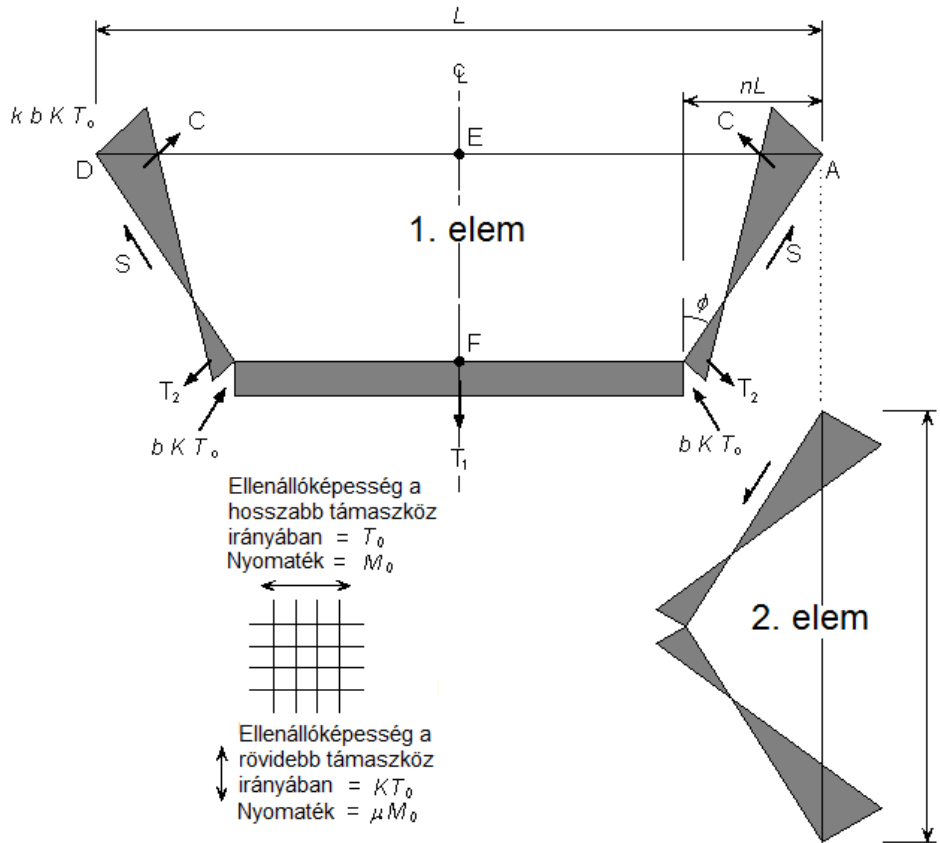
$$-S \cos \phi = (C - T_2) \sin \phi - \frac{T_1}{2}$$

Ennek következtében,

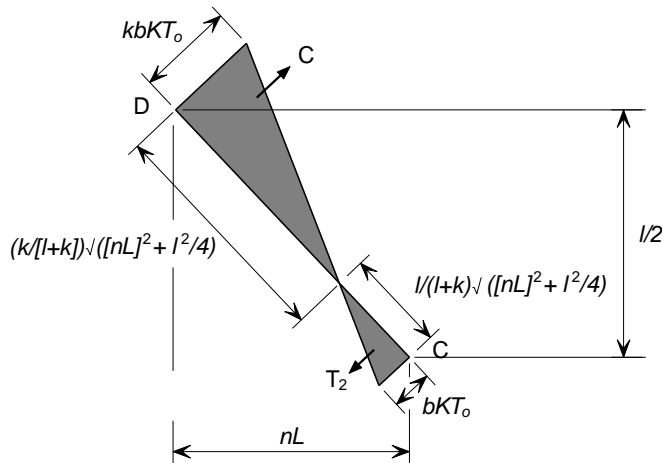
$$\frac{T_1}{2} \sin \phi = (C - T_2) \quad (1)$$

ahol

ϕ a folyási vonal mintázatát meghatározó szög.



9. ábra Síkbeli feszültség-eloszlás az 1. és 2. elemre



10. ábra CD folyási vonal menti síkbeli feszültség-eloszlás

A 10. ábra mutatja a CD folyási vonal menti feszültség-eloszlást. Figyelembe véve a 9. ábra

$$T_1 = bKT_0 (L - 2nL)$$

$$T_2 = \frac{bKT_0}{2} \left(\frac{1}{1+k} \right) \sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}}$$

$$C = \frac{kbKT_0}{2} \left(\frac{k}{1+k} \right) \sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}}$$

$$\sin \phi = \frac{nL}{\sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}}}$$

ahol

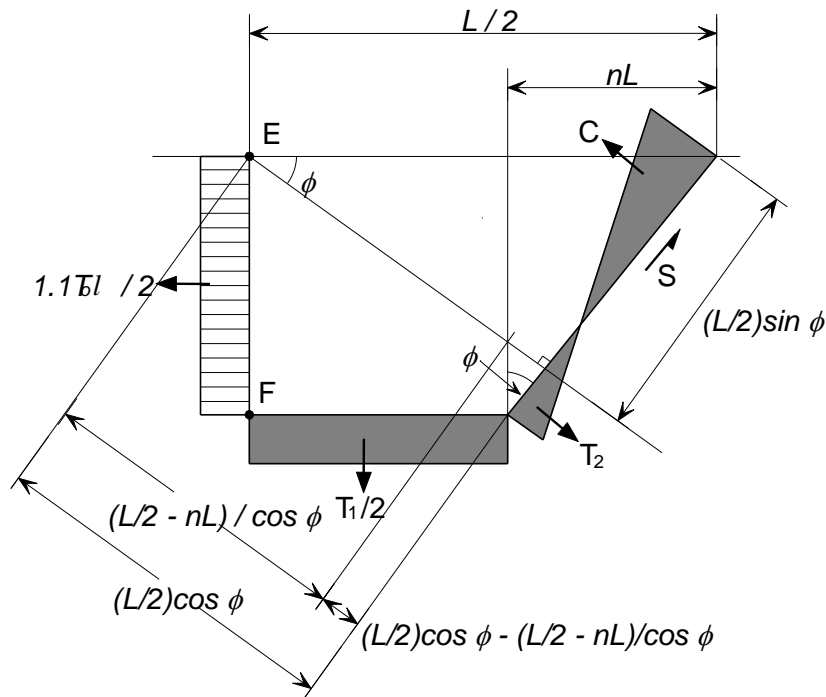
b, k membrán-erők nagyságát meghatározó paraméterek,
 KT_0 az acélmerevítés egységnyi szélességére eső ellenálló-képessége,
 n a folyási vonal mintázatát meghatározó paraméter.

Behelyettesítve a fentieket az (1) egyenletbe azt kapjuk, hogy

$$\frac{bKT_0(L-2nL)}{2} \frac{nL}{\sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}}} = \frac{kbKT_0}{2} \left(\frac{k}{1+k} \right) \sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}} - \frac{bKT_0}{2} \left(\frac{1}{1+k} \right) \sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}} \quad \text{kifejezést}$$

átrendezve azt kapjuk a k paraméterre, hogy:

$$k = \frac{4na^2(1-2n)}{4n^2a^2 + 1} + 1. \quad (2)$$



11. ábra EF törési vonal menti síkbeli feszültség-eloszlás

2.3 'b' paraméterre vonatkozó kifejezés származtatása

Az acélmerevítés rövidebb támaszköz mentén bekövetkező törését figyelembe véve származtatható egy kifejezés a b paraméterre vonatkozóan. A merevítés törése a 11. ábrán látható EF vonal mentén következik be, amely a födém teljes vastagságát átérő törést fog

eredményezni. Az EF vonal menti síkbeli nyomatékviselő képességre vonatkozó felső közelítést kaphatunk, ha feltételezzük, hogy a keresztmetszet mentén az összes acélmerévítésben a feszültség a szakítószilárdság szintjén (f_u) van, és a nyomó feszültségblokk tartomány középpontja pedig E-nél található a 11. ábrán

Feltételezzük, hogy,

$$f_u = 1.1f_y$$

ahol

f_y a folyáshatár.

Az E körüli nyomatékok figyelembe véve a 11. ábra szerint,

$$\begin{aligned} & T_2 \left[\left(\frac{L}{2} \cos \phi - \frac{\left(\frac{L}{2} - nL \right)}{\cos \phi} \right) \frac{1}{\tan \phi} - \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1+k} \right) \sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}} \right] \\ & + C \left[\frac{L}{2} \sin \phi - \frac{l}{3} \left(\frac{k}{k+1} \right) \sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}} \right] \\ & + S \frac{L}{2} \cos \phi - \frac{T_1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{L}{2} - nL \right) \right] = \frac{1.1T_o l^2}{8} \end{aligned} \quad (3)$$

ahol

$$\frac{T_1}{2} = bKT_o \left(\frac{L}{2} - nL \right)$$

$$T_2 = \frac{bKT_o}{2} \left(\frac{1}{1+k} \right) \sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}}$$

$$C = \frac{kbKT_o}{2} \left(\frac{k}{k+1} \right) \sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}}$$

$$S = \frac{bKT_o l}{4nL} (k-1) \sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}}$$

$$\cos \phi = \frac{(l/2)}{\sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}}}$$

$$\sin \phi = \frac{nL}{\sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}}}$$

$$\tan \phi = \frac{nL}{(l/2)}$$

Behelyettesítve ezeket a (3) egyenletbe, azt kapjuk, hogy:

$$\begin{aligned} & \frac{bKT_o}{2} \left(\frac{1}{1+k} \right) \sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}} \left[\left(\frac{\left(\frac{l}{2} \right)}{\sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}}} \frac{L}{2} - \frac{\left(\frac{L}{2} - nL \right)}{\left(\frac{l}{2} \right)} \sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}} \right) \left(\frac{l}{2} \right) \right. \\ & \left. - \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1+k} \right) \sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}} \right] \\ & + \frac{kbKT_o}{2} \left(\frac{k}{k+1} \right) \sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}} \left[\frac{nL}{\sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}}} \frac{L}{2} - \frac{1}{3} \left(\frac{k}{1+k} \right) \sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}} \right] \\ & + \frac{bKT_o l}{4nL} (k-1) \sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}} \frac{\left(\frac{l}{2} \right)}{\sqrt{(nL)^2 + \frac{l^2}{4}}} \left(\frac{L}{2} \right) - bKT_o \left(\frac{L}{2} - nL \right) \left[\frac{l}{2} \left(\frac{L}{2} - nL \right) \right] = \frac{1.1T_o l^2}{8} \end{aligned}$$

amely átrendezve,

$$\begin{aligned} & \frac{b}{2} \left(\frac{1}{1+k} \right) \left[\left(\frac{l^2}{8n} - \frac{\left(\frac{L}{2} - nL \right)}{nL} \left((nL)^2 + \frac{l^2}{4} \right) - \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1+k} \right) \left((nL)^2 + \frac{l^2}{4} \right) \right) \right] \\ & + \frac{b}{2} \left(\frac{k^2}{1+k} \right) \left[\frac{nL^2}{2} - \frac{k}{3(1+k)} \left((nL)^2 + \frac{l^2}{4} \right) \right] \\ & + \frac{bl^2}{16n} (k-1) - b \left(\frac{L}{2} - nL \right) \left(\frac{L}{4} - \frac{nL}{2} \right) = \frac{1.1l^2}{8K} \end{aligned} \quad (4)$$

A (4) egyenlet átírható úgy, hogy:

$$Ab + Bb + Cb - Db = \frac{1.1l^2}{8K}$$

Ahonnán:

$$b = \frac{1.1l^2}{8K(A+B+C-D)} \quad (5)$$

ahol

$$A = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1+k} \right) \left[\frac{l^2}{8n} - \frac{\left(\frac{L}{2} - nL \right)}{nL} \left((nL)^2 + \frac{l^2}{4} \right) - \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1+k} \right) \left((nL)^2 + \frac{l^2}{4} \right) \right],$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{k^2}{1+k} \right) \left[\frac{nL^2}{2} - \frac{k}{3(1+k)} \left((nL)^2 + \frac{l^2}{4} \right) \right],$$

$$C = \frac{l^2}{16n} (k-1),$$

$$D = \left(\frac{L}{2} - nL \right) \left(\frac{L}{4} - \frac{nL}{2} \right).$$

A síkbeli erőket meghatározó k és b paraméterek (2) és (5) egyenletek felhasználásával számíthatóak ki.

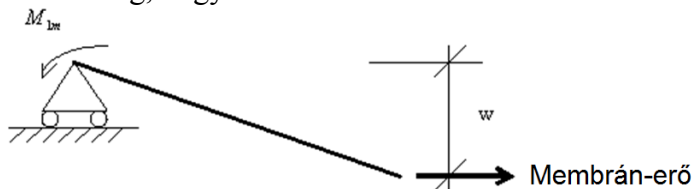
2.4 Membrán erők

A födém 1. és 2. elemének teherviselő képessége meghatározható, amennyiben figyelembe vesszük a membrán erők hozzájárulását a folyási vonal menti ellenálló-képességhez és hajlítónyomaték bíró képesség növekedéséhez, külön-külön, amint a következőkben látni fogjuk. Ezek a hatások egy javulási tényező segítségével fejezhetőek ki, amelyet a folyási vonal ellenállásának alsó határára szükséges alkalmaznunk. Kezdetben a síkbeli S nyírőerő (ld. 9. ábra) vagy bármely más folyási vonal menti függőleges nyírőerő hatása el volt hanyagolva, amely az 1. és 2. elemre két, nem egyenlő terhelés kiszámításához vezetett. Ezután egy átlagérték került kiszámításra, figyelembe véve a nyírőerők hatását is.

2.4.1. Membrán-erők hozzájárulása a teherviselő képességhez.

2.4.1.1. a) 1. Elem

A membrán erőkből származó, megtámasztás körüli nyomaték a 12. ábrának megfelelően úgy adható meg, hogy:



12. ábra Membrán-erők által eredményezett nyomaték számítása

$$M_{1m} = bKT_0 (L - 2nL)w + bKT_0 nLw \left(\frac{3k + 2}{3(1 + k)^2} \right) - bKT_0 nLw \left(\frac{k^3}{3(1 + k)^2} \right)$$

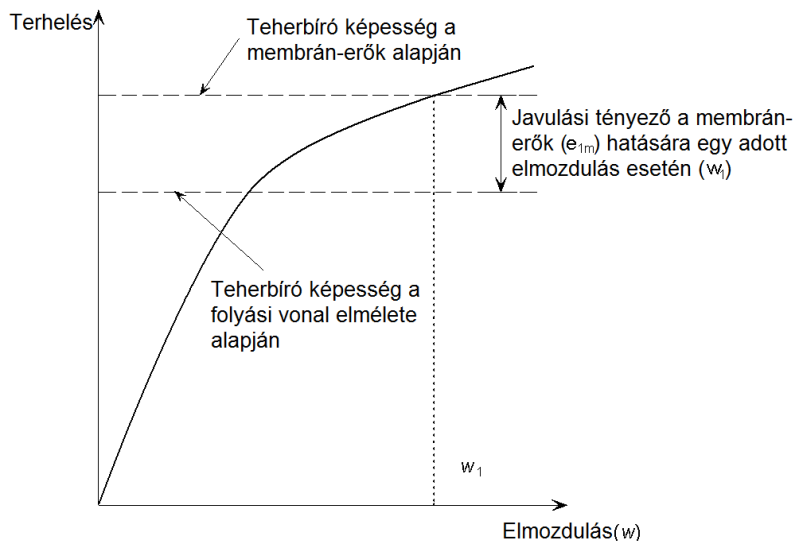
ahol

M_{1m} a membrán-erőkből származó, a megtámasztás körüli nyomaték az 1. elemre vonatkozóan.

A kifejezés egyszerűsíthető:

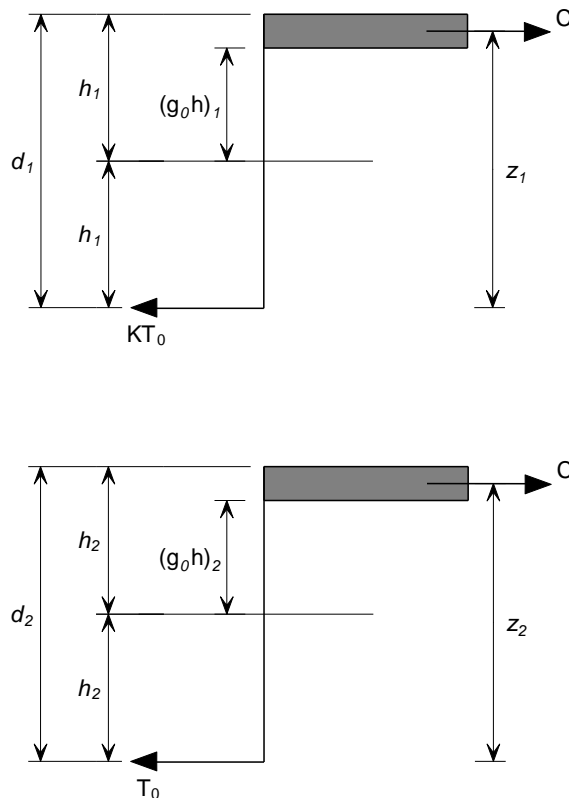
$$M_{1m} = KT_0 Lbw \left((1 - 2n) + \frac{n(3k + 2) - nk^3}{3(1 + k)^2} \right).$$

A fenti képlet határozza meg a membrán-erők hozzájárulását a teherviselő képességhez, amelyet hozzá kell adni a javított hajlítási kapacitáshoz azon területeken, ahol a födém nyomó igénybevételnek van kitéve. Az egyszerűség kedvéért a membrán-erők és a javított hajlítási viselkedés hozzájárulása a normál folyási vonal terhelés alapján kerül kiszámításra. Ez lehetővé teszi, hogy egy javulási tényezőt számítsunk ki külön-külön mind a membrán-erőkre, mind a javított hajlítási nyomatékokra vonatkozóan. Ezek a javulási tényezők végül összeadhatóak a membrán hatás eredményeként bekövetkező teljes javulás meghatározásához. Amennyiben nem ébrednek axiális erők, akkor M_{1m} -t elosztva $\mu M_o L$ -el (a födém nyomatékbíró képességével) lehetővé válik húzóerők következtében kialakuló membrán-effektus hatását a folyási vonal ellenállásának javulásaként kifejezni (ld. 13. ábra)



13. ábra Javulási tényező a membrán-erők következtében

μM_o értéke megkapható a 14. ábra figyelembevételével.



14. ábra Nyomatékbíró képesség számítása

A μM_o és M_o hajlítónyomatékokat a födém egységnyi szélességére vonatkoztatva mindegyik ortogonális irányra megadhatjuk:

$$\mu M_o = KT_0 d_1 \left(\frac{3 + (g_0)_1}{4} \right)$$

$$M_o = T_0 d_2 \left(\frac{3 + (g_0)_2}{4} \right)$$

ahol

$(g_0)_1, (g_0)_2$ a két ortogonális irányban található hajlító feszültség-blokk tartományt meghatározó két paraméter (ld. 14. ábra)

d_1, d_2 az acélmerovítés együttdolgozó szélessége mindkét irányban.

A javulási tényező (e_{1m}) megadható úgy, mint:

$$e_{1m} = \frac{M_{1m}}{\mu M_0 L} = \frac{4b}{3 + (g_0)_1} \left(\frac{w}{d_1} \right) \left((1 - 2n) + \frac{n(3k + 2) - nk^3}{3(1 + k)^2} \right) \quad (6)$$

2.4.1.3. b) 2. Elem

A megtámasztás körüli, membrán-erőkből származó nyomaték megadható, mint:

$$M_{2m} = KT_0 lbw \left(\frac{2 + 3k - k^3}{6(1 + k)^2} \right)$$

ahol

M_{2m} a membrán-erőkből származó, a megtámasztás körüli nyomaték a 2. elemre vonatkozóan.

A húzóerők következtében kialakuló membrán-effektus hatása úgy fejezhető ki, mint a folyási vonal ellenállásának javulása, azaz a membrán-hatás következtében a támasz körül ébredő M_{2m} nyomatéknak a longitudinális irányban értelmezett $M_0 l$ nyomatéki ellenállással vett hányadosa – feltéve hogy axiális erők nincsenek jelen, - amelynek eredményeképpen,

$$e_{2m} = \frac{M_{2m}}{M_0 l} = \frac{4bK}{3 + (g_0)_2} \left(\frac{w}{d_2} \right) \left(\frac{2 + 3k - k^3}{6(1 + k)^2} \right) \quad (7)$$

A membrán-erők folyási vonal mentén hajlítási ellenállásra gyakorolt hatása – axiális erők jelenléte nélkül - a folyási feltétel figyelembe vételével értékelhető ki, amint az megadta Wood^[8]. A rövidebb támaszköz esetén az axiális erők jelenlétében a hajlítónyomaték megadható úgy, mint:

$$\frac{M_N}{\mu M_0} = 1 + \alpha_1 \left(\frac{N}{KT_0} \right) - \beta_1 \left(\frac{N}{KT_0} \right)^2 \quad (8a)$$

ahol

$$\alpha_1 = \frac{2(g_0)_1}{3 + (g_0)_1}$$

és

$$\beta_1 = \frac{1 - (g_0)_1}{3 + (g_0)_1}$$

Hasonlóan a nagyobb támaszközre,

$$\frac{M_N}{\mu M_0} = 1 + \alpha_2 \left(\frac{N}{T_0} \right) - \beta_2 \left(\frac{N}{T_0} \right)^2 \quad (8b)$$

ahol

$$\alpha_2 = \frac{2(g_0)_2}{3 + (g_0)_2}$$

és

$$\beta_2 = \frac{1 - (g_0)_2}{3 + (g_0)_2}$$

2.4.3. Membrán-erők hatása a hajlítási ellenállásra

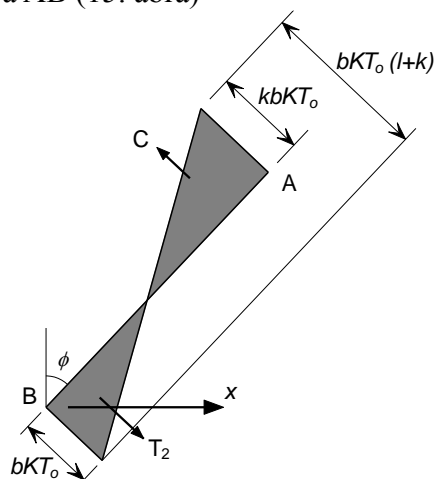
2.4.3.1. a) 1. Elem

A membrán-erők hajlítási ellenállásra gyakorolt hatását az egyes folyási vonalakra külön-külön kell figyelembe vennünk.

A BC folyási vonal esetén a membrán-erő nagysága állandó, és megegyezik $-bKT_0$ kifejezéssel, azaz így:

$$\left(\frac{M_N}{M_0}\right)_{BC} = 1 - \alpha_1 b - \beta_1 b^2$$

Az AB folyási vonalra AB (15. ábra)



15. ábra Az 1. elemre ható erők, CD folyási vonal

A folyási vonal mentén B-től x távolságra mérve a membrán erő:

$$N_x = -bKT_0 + \frac{x}{nL}(K+1)bKT_0$$

$$N_x = bKT_0 \left(\frac{x(k+1)}{nL} - 1 \right)$$

Behelyettesítve ezt a (8a) egyenletbe az AB és CD folyási vonalakra azt kapjuk, hogy:

$$2 \int_0^{nL} \frac{M}{M_0} dx = 2 \int_0^{nL} \left[1 + \alpha_1 b \left(\frac{x(k+1)}{nL} - 1 \right) - \beta_1 b^2 \left(\frac{x(k+1)}{nL} - 1 \right)^2 \right] dx$$

Amelynek eredményeképpen:

$$2 \int_0^{nL} \frac{M}{M_0} dx = 2nL \left[1 + \frac{\alpha_1 b}{2}(k-1) - \frac{\beta_1 b^2}{3}(k^2 - k + 1) \right]$$

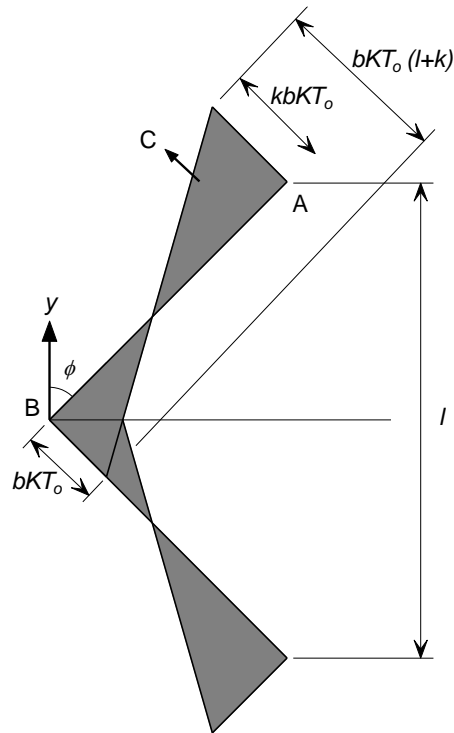
A hajlítási ellenállás javulása a membrán-erők hatására úgy adható meg az 1. elemen, mint:

$$e_{1b} = \frac{M}{\mu M_0 L} = 2n \left[1 + \frac{\alpha_1 b}{2}(k-1) - \frac{\beta_1 b^2}{3}(k^2 - k + 1) \right] + (1-2n)(1 - \alpha_1 b - \beta_1 b^2) \quad (9)$$

2.4.3.2. b) 2. Elem

A 2. elem esetében a 16. ábra alapján B-től y távolságban a membrán-erő úgy fejezhető ki, mint:

$$N_y = -bKT_0 + \frac{y}{l/2} (k+1)bKT_0$$



16. ábra A 2. Elemre ható erők

Átrendezve

$$N_y = bKT_0 \left(\frac{2y(k+1)}{l} - 1 \right)$$

Behelyettesítve a (8b) egyenletbe azt kapjuk, hogy:

$$\int_0^{1/2} \frac{M}{M_0} dy = 2 \int_0^{1/2} \left[1 + \alpha_2 bK \left(\frac{2y(k+1)}{l} - 1 \right) - \beta_2 b^2 K \left(\frac{2y(k+1)}{l} - 1 \right)^2 \right] dy$$

Amelynek eredményeképpen,

$$2 \int_0^{1/2} \frac{M}{M_0} dx = l \left[1 + \frac{\alpha_2 b}{2} (k-1) - \frac{\beta_2 b^2}{3} (k^2 - k + 1) \right]$$

amely az alábbi képlet szerint adja meg a membrán-erők hajlítási ellenállásra gyakorolt hatásának eredményeképpen a javulási tényezőt,

$$e_{2b} = \frac{M}{M_0 l} = 1 + \frac{\alpha_2 b K}{2} (k-1) - \frac{\beta_2 b^2 K}{3} (k^2 - k + 1) \quad (10)$$

A (6), (7), (9) és (10) egyenletek adják meg a membrán-erőknek a födém hajlítási ellenállására gyakorolt hatását, melynek eredményeképpen a teherviselő képesség javul.

Következésképpen a kombinált javulási tényező mindkét elemre

$$e_1 = e_{1m} + e_{1b}$$

$$e_2 = e_{2m} + e_{2b}$$

Mint ahogy korábban is említésre került, az e_1 és e_2 értékek az 1. és 2. elem egyensúlyja alapján számított értékei nem fognak megegyezni; Hayes szerint az eltérés okai a függőleges vagy síkbeli nyíróerők jelenlétével magyarázható, és a teljes javulási tényező pedig

$$e = e_1 - \frac{e_1 - e_2}{1 + 2\mu a^2}$$

2.5. Beton nyomóerők következtében bekövetkező tönkremenetele

Az 2.4.1.1 fejezetben megadott javulási tényező az acélmerevítés húzó igénybevétel hatására bekövetkező tönkremenetelének feltételezése alapján lett származtatva. Azonban a beton a födém sarkainál jelentkező, nyomó igénybevétel hatására bekövetkező tönkremenetelét szintén figyelembe kell venni lehetséges tönkremeneteli módként, amely egyes esetekben meg is előzi az acélmerevítés tönkremenetelét. Ezt a 'b' paraméter értékének korlátozásával érték el, mely a síkbeli feszültségek nagyságát mutatja meg.

A 9. ábra alapján a maximális síkbeli nyomóerők a födém sarkainál $kbKT_0$ -ként adhatóak meg. A hajlítás következtében ébredő nyomóerőket szintén figyelembe kell venni. Azzal a feltételezéssel élve, hogy a maximális feszültség-blokk tartomány vastagsága $0.45d$ -re korlátozódik, és bevezetve egy átlagos együttdolgozó szélességet a merevítésre mindkét ortogonális irányban, azt kapjuk, hogy:

$$kbKT_0 + \left(\frac{KT_0 + T_0}{2} \right) = 0.85f_{ck} \times 0.45 \left(\frac{d_1 + d_2}{2} \right),$$

ahol f_{ck} a beton hengerszilárdsága.

Megoldva az egyenletet a b konstansra, azt kapjuk, hogy:

$$b = \frac{1}{kKT_0} \left(0.85f_{ck} \times 0.45 \left(\frac{d_1 + d_2}{2} \right) - T_0 \left(\frac{K+1}{2} \right) \right) \quad (11)$$

A b konstans ezután az (5) és (11) egyenletek minimumaként áll elő.

ÖSSZEFOGLALÁS

Egy egyszerű tervezési módszert mutattunk be a kompozit szerkezetek membrán hatása számítására tűz esetén. Megvizsgáltuk, hogy a folyási vonalak menti membrán-feszültségek milyen hatással bírnak. A számítások azt mutatják, hogy a membrán-erők hozzájárulnak a teherviselő képességhez.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Ez a projekt az Európai Bizottság Szén-és Acélipari Kutatási Alapja támogatásával valósult meg. A kiadvány csak a szerzők nézeteit tükrözi, és az Európai Bizottság nem tehető felelőssé semmilyen bennük található információ felhasználásáért.

Az anyag összeállításában sokat segített Daróczy László egyetemi MSc. hallgató, amiért ezúton is köszönetet mondunk neki. A kutatás az Európai Unió és Magyarország támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával a TÁMOP 4.2.4.A/2-11-1-2012-0001 azonosító számú „Nemzeti Kiválóság Program – Hazai hallgatói, illetve kutatói személyi támogatást biztosító rendszer kidolgozása és működtetése konvergencia program” című kiemelt projekt keretei között valósult meg. A kutató munka részben a Miskolci Egyetem stratégiai kutatási területén működő Innovációs Gépészeti Tervezés és Technológiák Kiválósági Központ keretében valósult meg, valamint az OTKA T 109860 projekt támogatásával.

IRODALOMJEGYZÉK

- [1] Johansen, K.W., ‘The Ultimate strength of Reinforced Concrete Slabs.’, International Association for Bridge and Structural Engineering, Final Report, Third Congress, Liege, September 1948.
- [2] Ockleston A.J. Load tests on a 3-storey reinforced concrete building in Johannesburg. *Struct Eng* 1955; 33(10): 304-322.
- [3] Bailey C.G. and Moore D.B., The structural behaviour of steel frames with composite floor slabs subjected to fire: Part 1: Theory
- [4] Bailey C.G. and Moore D.B., The structural behaviour of steel frames with composite floor slabs subjected to fire: Part 2: Design
- [5] EN 1992-1-2, Eurocode 2, Design of concrete structures. Part 1.2: General rules. Structural fire design, CEN
- [6] EN 1994-1-2, Eurocode 2, Design of composite steel and concrete structures. Part 1.2: General rules. Structural fire design, CEN
- [7] Park, R, Ultimate strength of rectangular concrete slabs under short term uniform loading with edges restrained against lateral movement. *Proceedings, Institution of Civil Engineers*, 28, pp. 125-150.
- [8] Wood R. H. Plastic and elastic design of slabs and plates, with particular reference to reinforced concrete floor slabs, Thames and Husdon, London. 1961.
- [9] Kemp. K.O. Yield of a square reinforced concrete slab on simple supports allowing for membrane forces. *The structural Engineer* Vol. 45, No.7 July 1967 pp. 235-240.
- [10] Taylor R. A note on a possible basis for a new method of ultimate load design of reinforced concrete slabs. *Magazine of concrete research*, Vol. 17 No. 53 Dec 1965. pp. 183-186.
- [11] Sawczuk A. and Winniki L. Plastic behaviour of simply supported reinforced concrete plated are moderately large deflections. *Int J. Solids Structures* Vol 1 1965. pp. 97-111.
- [12] Hayes B. Allowing for membrane action in the plastic analysis of rectangular reinforced concrete slabs *Magazine of concrete research* Vol. 20 No. 81 Dec 1968. pp. 205-212.
- [13] Bailey C. G., White D.S. and Moore D.B. The tensile membrane action of unrestrained composite slab under fire conditions, *Engineering Structures*, Vol. 22, No 12, pp. 1583-1595.
- [14] Bailey C. G. & Toh, W.S. ‘Behaviour of concrete floor slabs at ambient and elevated temperature’, *Fire Safety Journal*, 42, 00425-436, 2007.
- [15] Bailey, C.G., Efficient arrangement of Reinforcement for membrane behaviour of composite slabs in fire conditions, *Journal of Constructional Steel Research*, 59, 2003, pp. 931-949.

Jármai Károly¹, Vassart Olivier², Zhao Bin³

¹Miskolci Egyetem, 3515 Miskolc Egyetemváros, ²ArcelorMittal Luxembourg, ³CTICM –Fire and Testing Division, Franciaország